


# Sinus 1T uten grafisk kalkulator

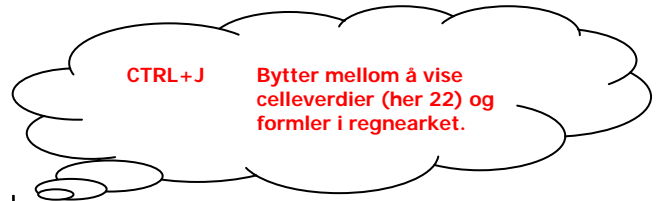
Dette dokumentet oversetter kapittelet Lommeregnerstoff i Sinus 1T boka til Cappelen Damm til ”Excel- og GeoGebrastoff”.

## 2.1 Regnerekkefølge

$$-2 \cdot (3+1) - (6+2) : 4 + 4 \cdot 2^3$$

- 1) Den vanlige kalkulatoren skulle takle dette
- 2) I en *Excel* celle: `=-2*(3+1)-(6+2)/4+4*2^3 ↵`
- 3) I inntastingsfeltet til *GeoGebra*: `-2*(3+1)-(6+2)/4+4*2^3 ↵`

- $\cdot$  (gange) er  $*$
- $:$  (dele) er  $/$
- Potens er  $^$  og vises først etter du har tastet tallet: Shift samtidig med  , så 3



## 2.2 Brøkregning

$$\frac{18}{30}$$

I en *Excel* celle: `=18/30 ↵`

Høyre-klikk celle, velg Formater celler, Tall, Brøk, Opptil to sifre (vises som 3/5)

**Vær oppmerksom på ”brøkkavrunding”:**

Dersom du velger *Opptil ett siffer*, vises eksempelvis `=42/100 ↵` som 3/7 i stedet for 21/50

$$3 + \frac{5}{6} + \frac{4}{9}$$

I en *Excel* celle: `=3+5/6+4/9 ↵`

Høyre-klikk celle, velg Formater celler, Tall, Brøk, Opptil to sifre (vises som 4 5/8)



## 3.4 Rette linjer med digitale verktøy

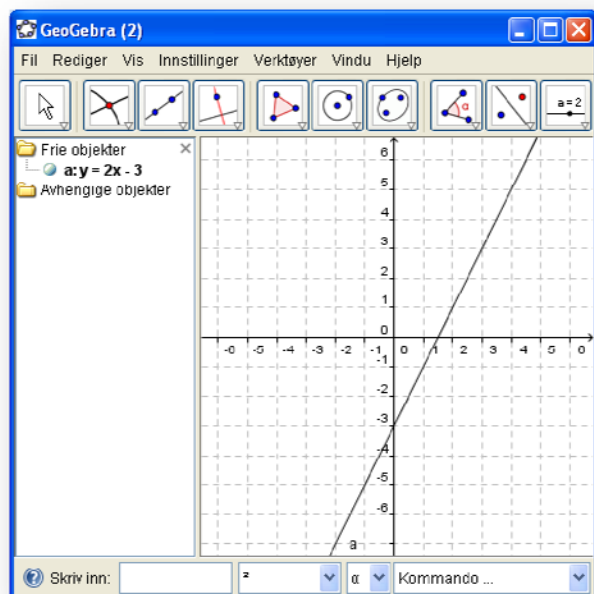
$$y = 2x - 3$$

I *GeoGebra*:

Skriv i inntastingsfeltet: `y=2x-3 ↵`

Størrelsen på koordinatsystemet (alternativer til V-Window):

- Bruk rullehjulet på musa
- Høyreklikk i Grafikkfeltet, velg Egenskaper, og sett Min og Max
- Høyreklikk og dra vil zoome inn rektangelet når du slipper opp  og dra i aksene
- Shift +  og dra i aksene

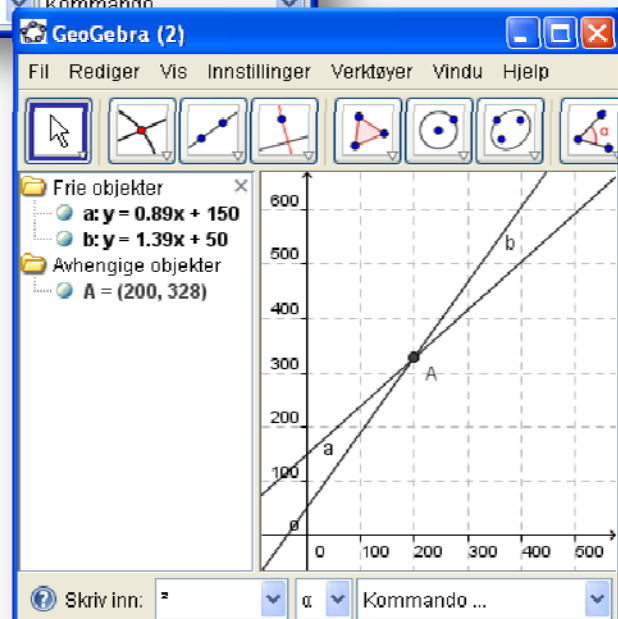
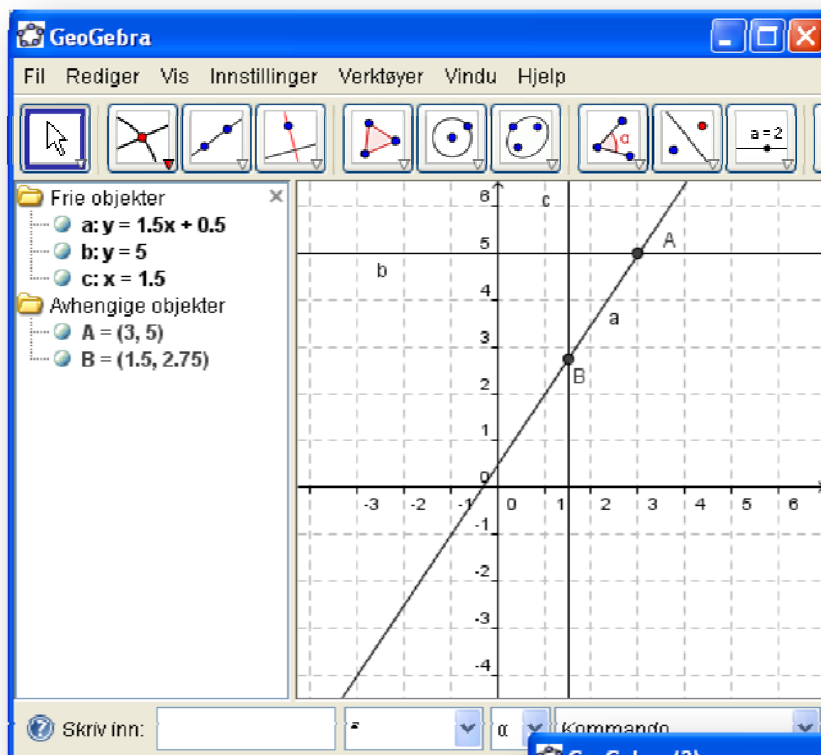
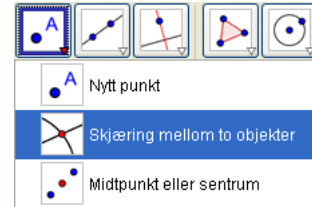


### 3.5 Grafisk avlesning

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 5$$

I *GeoGebra*:

- 1) Skriv  $y=3/2x-1/2$  ↵ og  $y=5$  ↵ i inntastingsfeltet og linjene a og b vises.
- 2) Skriv **skjæring[a,b]** ↵ og skjæringspunktet A vises. Les av x-koordinaten til A som er 3. Alternativt kan vi bruke verktøyknappen som er vist på figuren til høyre og klikke på skjæringspunktet.
- 3) For å lese av y for  $x=1.5$  skriv  $x=1.5$  ↵, sett inn skjæringspunktet som ovenfor og les av y-koordinaten til B som er 2.75



### 3.6 Grafisk løsning av lineære likningssett

Som 3.5. Løsningen er  $x=200$  og  $y=328$ :

### 3.7 Innsetningsmetoden

$$2x - y = 8$$

$$3x + 4y = 1$$

For meg er det uklart hva dette har med innsetningsmetoden å gjøre annet enn å sjekke at vi har regnet ut riktig. Her vises hvordan vi kan bruke *Excel* til å finne løsningen .

Fyll inn i tallene regnearkmodellen: <http://winweb.ovgs.no/aski/olalie/matematikk/likning1.zip> som vist nedenfor eller gå fram som beskrevet i

- Vedlegg 1 Løsning av likningssett med Problemløser
- Vedlegg 2 Løsning av likningssett med matriseformler

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	anX+bnY=Cn						
3		<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>			
4	1	2	-1	8	X=	3	
5	2	3	4	1	Y=	-2	
6							

### 4.1 Funksjonsbegrepet

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

Når du skal tegne grafer, trenger du ikke regne ut verdiene i tabellen for hånd. I *Excel*:

	A	B
1	X	Y1
2	-1	=A2^2-4*A2+3
3	0	=A3^2-4*A3+3
4	1	=A4^2-4*A4+3
5	2	=A5^2-4*A5+3
6	3	=A6^2-4*A6+3
7	4	=A7^2-4*A7+3
8	5	=A8^2-4*A8+3

Når du har skrevet inn formelen i celle B2, kan du dra i håndtaket i cellens nedre,

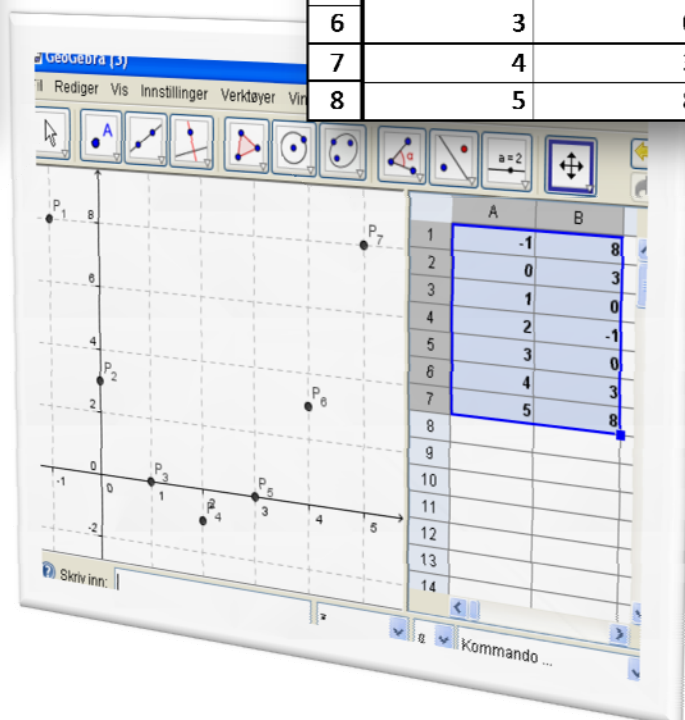
	A	B
1	X	Y1
2	-1	8
3	0	3
4	1	0
5	2	-1
6	3	0
7	4	3
8	5	8

høyre hjørne for å kopiere innholdet til cellene B3:B8.

I *GeoGebra*:

Tilsvarende: Avslutt med å merke område A1:B7, høyre-klikke i området og velge

**Lag liste med punkter**

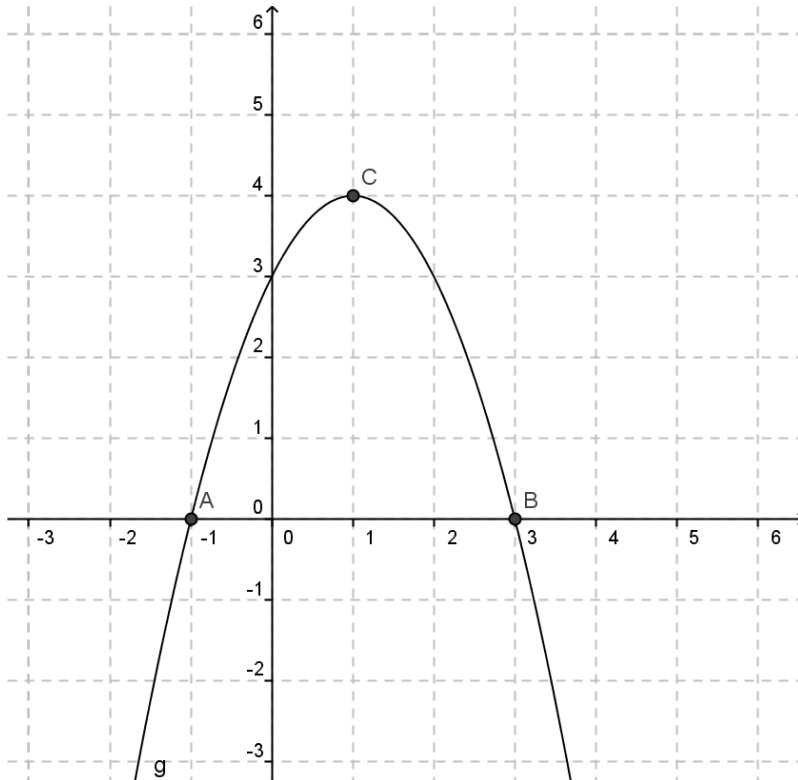


## 4.2 Nullpunkt, toppunkt og bunnpunkt

$$g(x) = -x^2 + 2x + 3$$

I inntastingsfeltet til *GeoGebra*:  $g(x) = -x^2 + 2x + 3$  ↵

Velg vindu med å dra i aksene,  $x \in [-3, 6]$  og  $y \in [-3, 6]$



I inntastingsfeltet til *GeoGebra*:

**nullpunkt[g]** ↵

Les av nullpunktene  $x = -1$  (A) og  $x = 3$  (B) på grafen eller i Algebrafeltet

I inntastingsfeltet til *GeoGebra*:

**ekstremalpunkt[g]** ↵

Les av toppunktet  $x = 1$  og  $y = 4$  (C) på grafen eller i Algebrafeltet.

Dersom  $g(x)$  bare er definert for  $x \in [-3, 6]$ , skriver vi

$g(x) = \text{Funksjon}[-x^2 + 2x + 3, -3, 6]$  ↵

## 4.4 Andregradformelen

$$-x^2 + 2x + 3 = 0$$

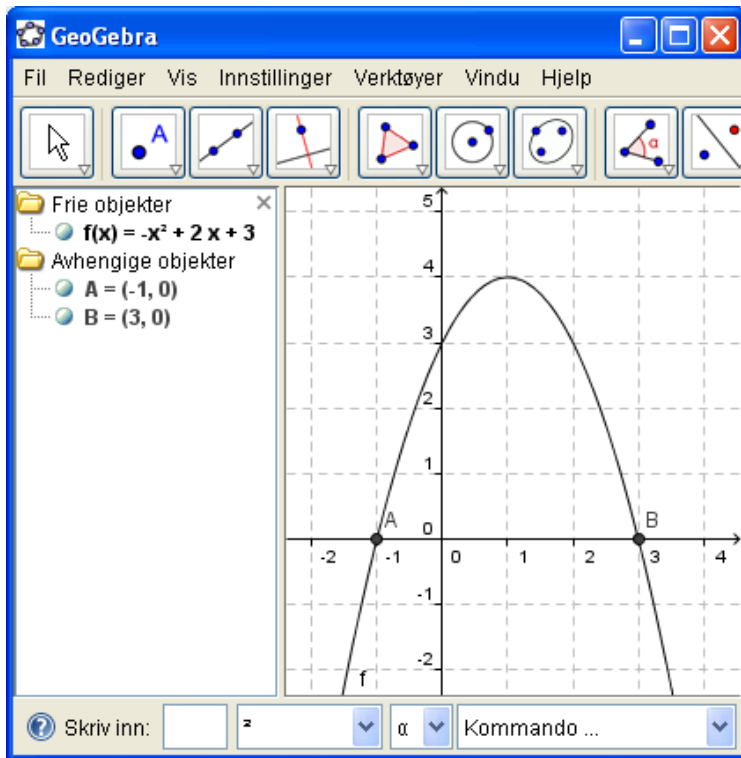
I *Excel*:

Fyll inn i regnearkmodellen: <http://winweb.ovgs.no/aski/olalie/matematikk/likning2.zip>

Som benytter formelen  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ :

	A	B	C	D	E	
1	$aX^2 + bX + C = 0$					
2	<b>a</b>			<b>b</b>		<b>c</b>
3	-1			2		3
4	<b>x</b>					
5	1	-1,00				
6	2	3,00				
7						

I *GeoGebra*: Se 4.2 Nullpunkter, bunnpunkter og topppunkter



### 5.3 Tall på standardform

$$2,3 \cdot 10^5$$

I *Excel*:

Skriv i celle A1: **2,3e5** ↵

Formatet vil automatisk endres fra Standard til Eksponentielt med to desimaler og vises som .....

	A
1	2,30E+05

Skriv i celle A2: **=230000\*32000** ↵

Formatet forblir Standard og svaret vises som .....

	A
2	7,36E+11

Skriv i celle A3: **=8/2500** ↵

Formatet forblir Standard og svaret vises som .....

	A
3	0,0008

Skal tallet vises på standardform, må vi høyre-klikke cellen, velge **Formater celler..., Tall og Eksponentielt (2 desimaler)** .....

	A
3	8,00E-04

### 5.4 Kvadratrotter og røtter av høyere orden

For å finne røtter av høyere orden i *Excel*, kan vi benytte oss av følgende skrivemåte:

$$\sqrt{16} = 16^{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\sqrt[3]{64} = 64^{\frac{1}{3}} = 4$$

$$\sqrt[4]{256} = 256^{\frac{1}{4}} = 4$$

	A
1	=16^(1/2)
2	=64^(1/3)
3	=256^(1/4)

regnes ut og vises som .....

	A
1	4
2	4
3	4

## 6.1 Sinus til en vinkel

Sinus funksjonen i Excel regner med radianer som er  $\text{Grader} \cdot \frac{\pi}{180}$

	A
1	=SIN(39*PI()/180)

regnes ut og vises som .....

	A
1	0,629320391

## 6.2 Mer om sinus

- a) Finn sin v når  $v = 48^\circ$   
 b) Finn v når  $\sin v = 0,85$

	A
1	=SIN(48*PI()/180)
2	=ARCSIN(0,85)*180/PI()

regnes ut og vises som .....

	A
1	0,743144825
2	58,21166938

## 7.2 Lineær regresjon

I *Excel*: Fyll inn tallene, merk område A2:E3 og velg **Sett inn, Diagrammer, Punkt**

The screenshot shows the Excel interface with the following data table selected in cells A2:E3:

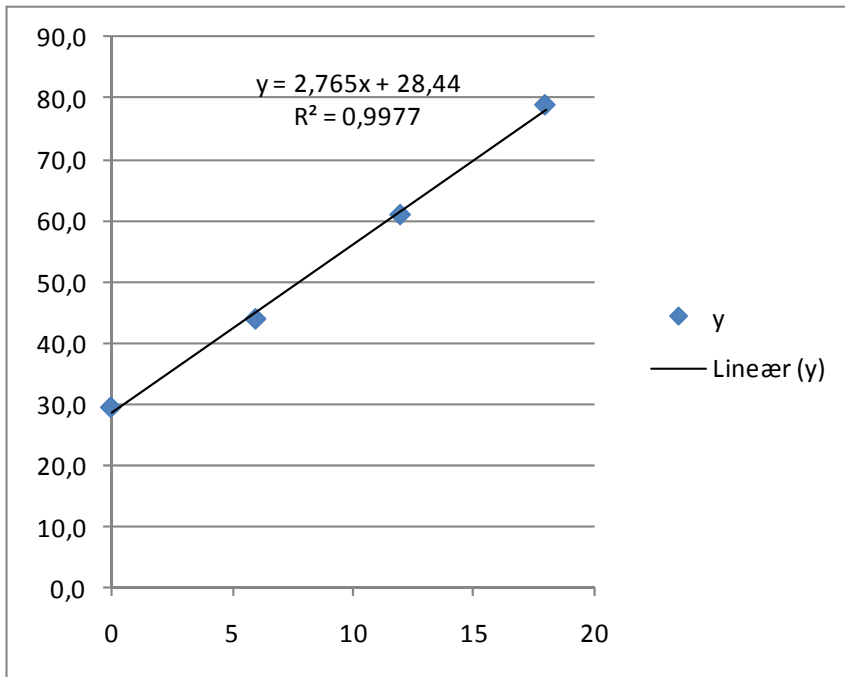
	A	B	C	D	E
1	År	1980	1986	1992	1998
2	x	0	6	12	18
3	y	29,4	43,9	61,0	79,0

The 'Punkt' chart type is selected in the 'Diagrammer' group. A tooltip for 'Punkt' is visible, stating: "Setter inn et punktdiagram, også kalt et X-Y-diagram. Denne diagramtypen sammenligner verdipar. Brukes når verdiene som legges inn i diagrammet, ikke er i X-akserekkefølge, eller når de representerer separate mål."

The screenshot shows the 'Formater trendlinje' dialog box with the 'Lineær' trendline type selected. The 'Automatisk' option is checked, and the 'Lineær (y)' formula is shown. The 'Vis formel i diagrammet' and 'Vis R-kvadrert verdi i diagrammet' options are also checked. The chart in the background shows a scatter plot with a linear trendline.

Høyre-klikk på et punkt og velg **Legg til trendlinje...**

Velg **Lineær** og huk av for både **Vis formel i diagrammet** og **Vis R-kvadrert verdi i diagrammet**. Klikk **Lukk**



Den lineære funksjonen som passer best. Er gitt ved  
 $f(x) = 2,765x + 28,44$

I *GeoGebra*:

- 1) Velg **Vis, Regneark** og skriv inn tallene som vist i figuren til høyre.
- 2) Merk området A1:B4, høyre-klikk i området og velg **Lag liste med punkter**
- 3) Skriv inntastingsfeltet: **regpoly[liste1,1]** ↵ og tilpass størrelsen på koordinatsystemet som beskrevet i avsnitt 3.4 Rette linjer med digitale verktøy





	A	B	C
1	0	29.4	
2	6	43.9	
3	12	61	
4	18	79	
5			Kopier
6			Lim inn
7			Klipp ut
8			Slett objekt
8			
10			Lag liste med punkter
11			Lag matrise
12			Egenskaper...

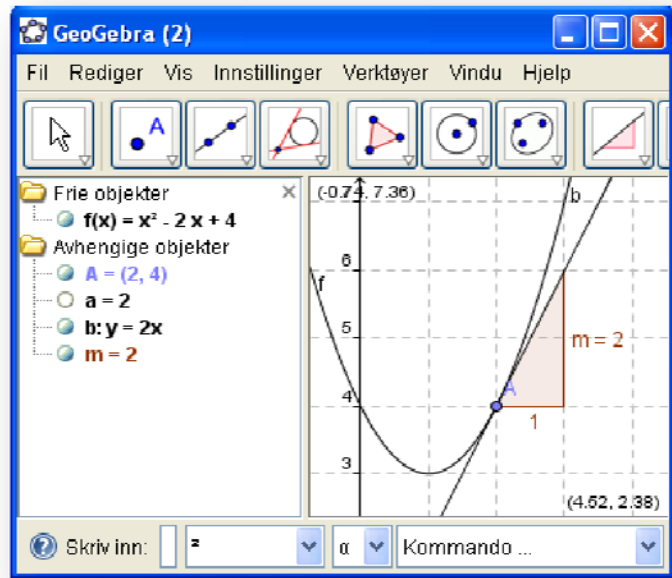


- 4) Velg **Innstillinger, Avrunding, 3 desimaler**)
- 5) Les av i Algebrafeltet at  $f(x) = 2,765x + 28,44$
- 6) Skriv inntastingsfeltet: **Korrelasjonskoeffisient[liste1]** ↵ og verifiser i Algebrafeltet at korrelasjonskoeffisienten (a) er 0.999

## 7.4 Momentan vekstfart

I *GeoGebra*:

- 1) Skriv i inntastingsfeltet:  **$f(x)=x^2-2x+4$**  ↵ og tilpass størrelsen på koordinatsystemet som vist i figuren til høyre
- 2) Skriv i inntastingsfeltet:  **$f'(2)$**  ↵ og les av i Algebravinduet at den momentane vekstfarten (a) er 2
- 3) Dersom du ønsker å spore vekstfarten for ulike x-verdier, begynn med å sette et punkt på funksjonen med  knappen.
- 4) Opprett så en tangent til funksjonen i punktet A med  knappen.
- 5) Legg til tangents stigning med  knappen.
- 6) Velg  knappen og dra A punktet med musepekeren. Observer endringen i den momentane vekstfarten **m**.

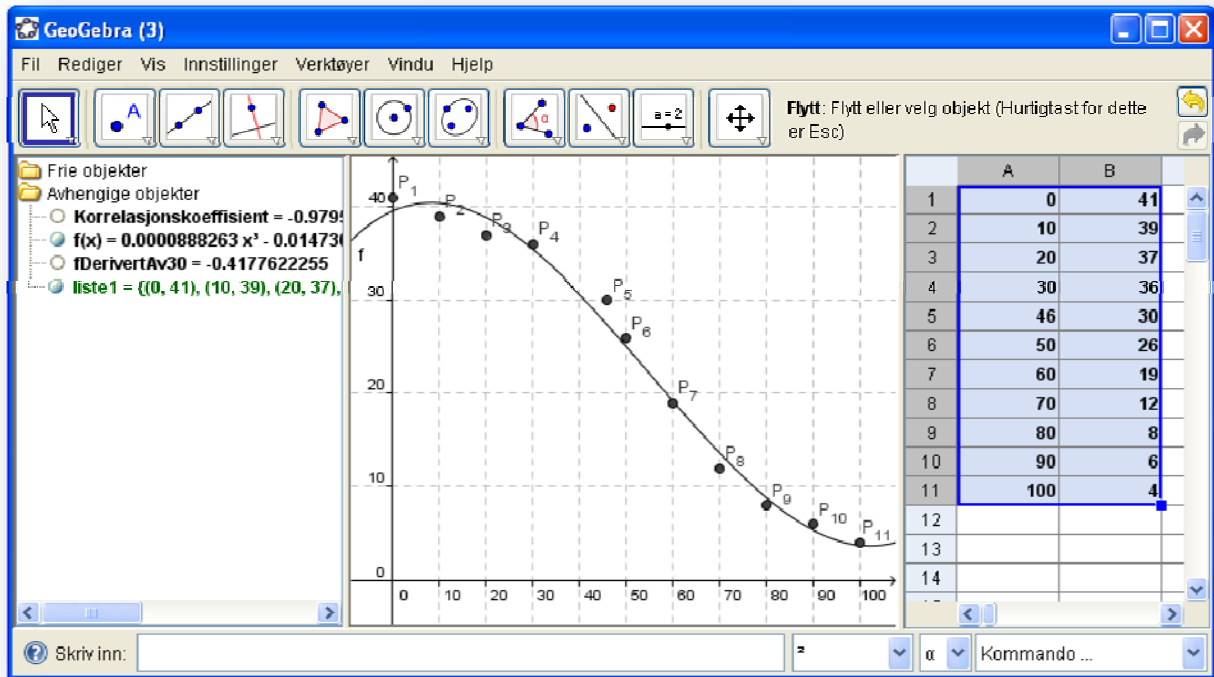


## 7.5 En matematisk modell

I *GeoGebra*(se figuren på neste side):

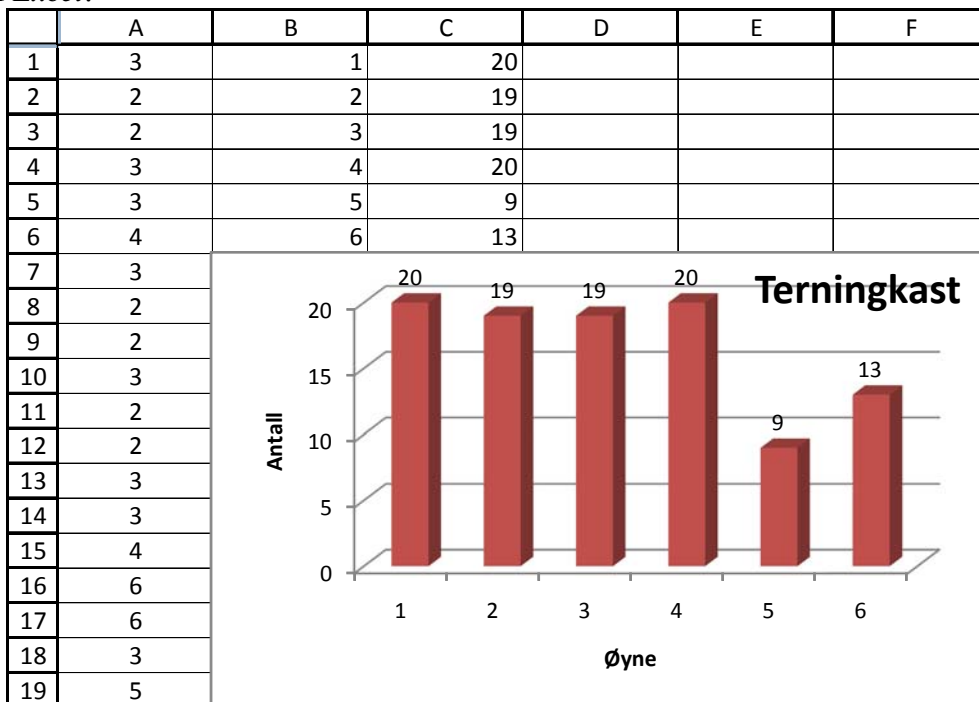
- 1) Legg i tallene i Regnearket som vist i figuren over og lag listen med punkter ved å bruke samme fremgangsmåte som beskrevet i 7.2 Lineær regresjon.
- 2) Skriv inntastingsfeltet: **regpoly[liste1,3]** ↵ og tilpass størrelsen på koordinatsystemet som beskrevet i avsnitt 3.4 Rette linjer med digitale verktøy
- 3) Velg **Innstillinger, Avrunding, 10 desimaler**)
- 4) Les av i Algebrafeltet at  $f(x) = 0.0000888263 x^3 - 0.0147304846 x^2 + 0.2262357062 x + 39.5706100849$
- 5) Skriv inntastingsfeltet: **Korrelasjonskoeffisient[liste1]** ↵ og verifiser i Algebrafeltet at korrelasjonskoeffisienten er tilnærmet 0.98 (Høyre-klikk objektet **a** og gi det navnet *Korrelasjonskoeffisient*).
- 6) Skriv i inntastingsfeltet:  **$f'(30)$**  ↵ og les av i Algebravinduet at den momentane vekstfarten (a) er -0.4177622255 (Høyre-klikk objektet **a** og gi det navnet *fDerivertAv30*).
- 4) Dersom du ønsker å spore vekstfarten for ulike x-verdier, gå fram som beskrevet i 7.4 Momentan vekstfart





## 9.1 Forsøk og simuleringer

I Excel:

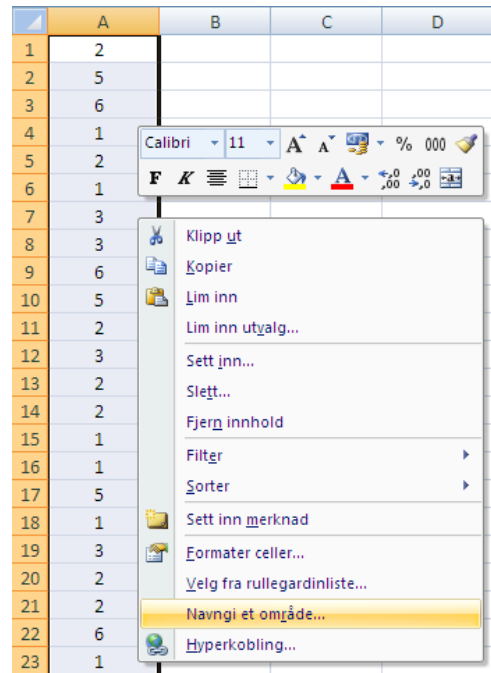


- 1) I A1 skriv: **=TILFELDIGMELLOM(1;6)** ↵
- 2) Kopiere denne formelen i 100 celler nedover ved å dra i håndtaket på cellen.
- 3) Skriv tallene 1 til 6 i B1 til B6
- 4) I C1 skriv: **=FREKVENS(A1:A100;B1:B6)** ↵
- 5) Merk C1:C6, Trykk **F2** og deretter **Ctrl+Shift+Enter** (Matriseformel)
- 6) Sett inn og tilpass Diagram
- 7) Simuler 100 nye terningkast ved å trykke på **F9**

Vi kunne også laget de tilfeldige tallene på "Casio måten": **=HELTALL(TILFELDIG()\*6+1)** ↵  
 I stedet for matriseformelen kunne vi også brukt **=ANTALL.HVIS(A1:A100;1)** ↵ i celle C1,  
**=ANTALL.HVIS(A1:A100;2)** ↵ i celle C2,  
**=ANTALL.HVIS(A1:A100;3)** ↵ i celle C3, osv.

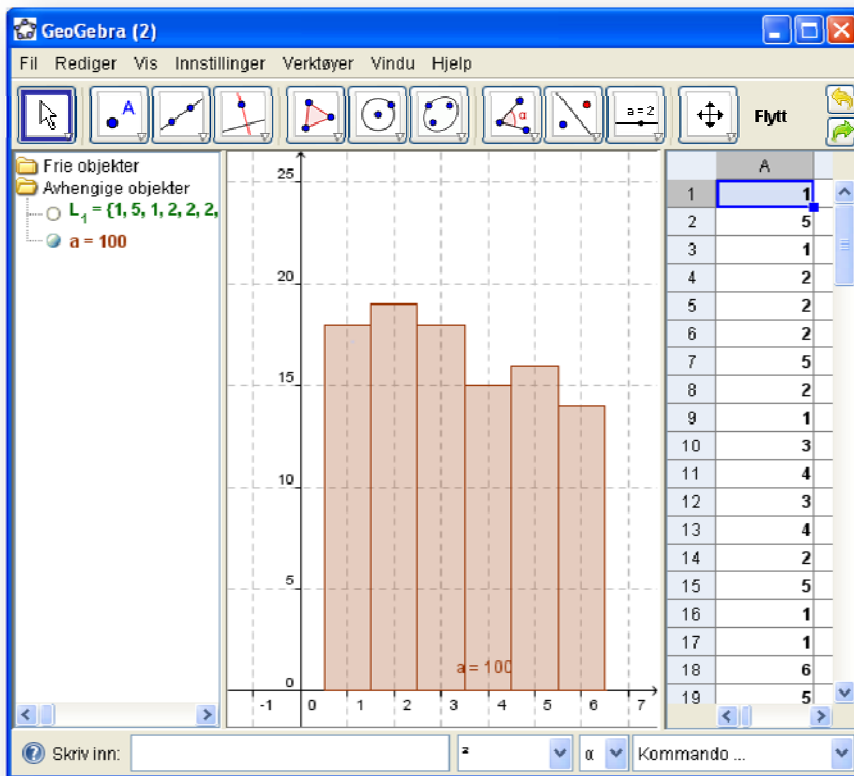
Vi kunne også ha merket området A1:A100, høyre-klikket inni området og valgt **Navngi et område...** Deretter gir vi området navnet **X** og bytter ut A1:A100 med X i formelene, f.eks **=ANTALL.HVIS(X;1)** ↵ i celle C1

Erfaringsmessig oppstår det problemer hvis brukerne ikke taster Enter (↵) før de går videre. Et alternativ er å bruke **ESC** som avbryter inntastingen i cellen eller på formellinjen. Tilsvarende kan vi dobbeltklikke eller trykke **F2** for å redigere den aktive cellen.



I *GeoGebra*:

- 1) Vis Regneark
- 2) I A1 skriv: **=floor(random() \* 6 + 1)** ↵
- 3) Kopiere denne formelen i 100 celler nedover ved å dra i håndtaket på cellen.
- 4) Merk A1:A100, høyre-klikk og velg Lag liste, som får navnet L\_1
- 5) I inntastingsfeltet skriv: **søylediagram[L\_1, 1]** ↵
- 6) Simuler 100 nye terningkast ved å trykke på F9



## 9.2 Ordnete og uordnede utvalg

$$\binom{7}{5}$$

I en *Excel* celle:

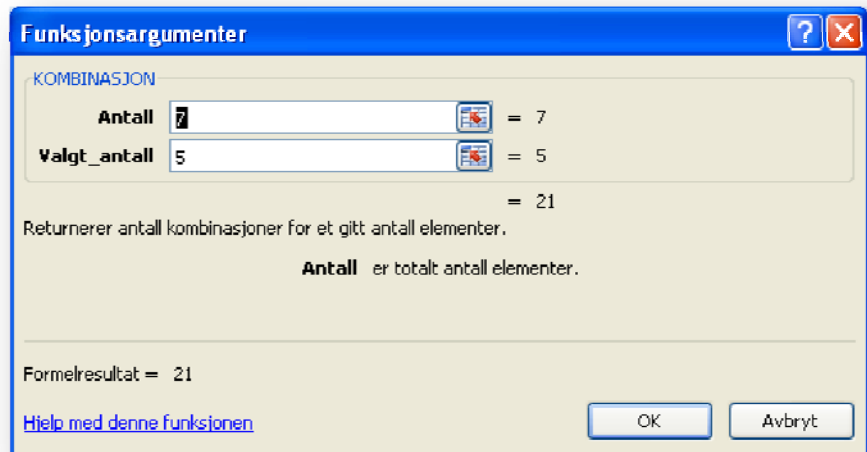
	A
1	=KOMBINASJON(7;5)

regnes og vises som.....

	A
1	21

**Antall** er totalt antall elementer

**Valgt\_antall** er antall elementer i hver kombinasjon



## 9.3 Bionomiske forsøk

I en *Excel* celle:

	A
1	=BINOM.FORDELING(30;100;0,3;USANN)

regnes ut og vises som ....

	A
1	0,086783865

	A
1	=BINOM.FORDELING(30;100;0,3;SANN)

regnes ut og vises som .....

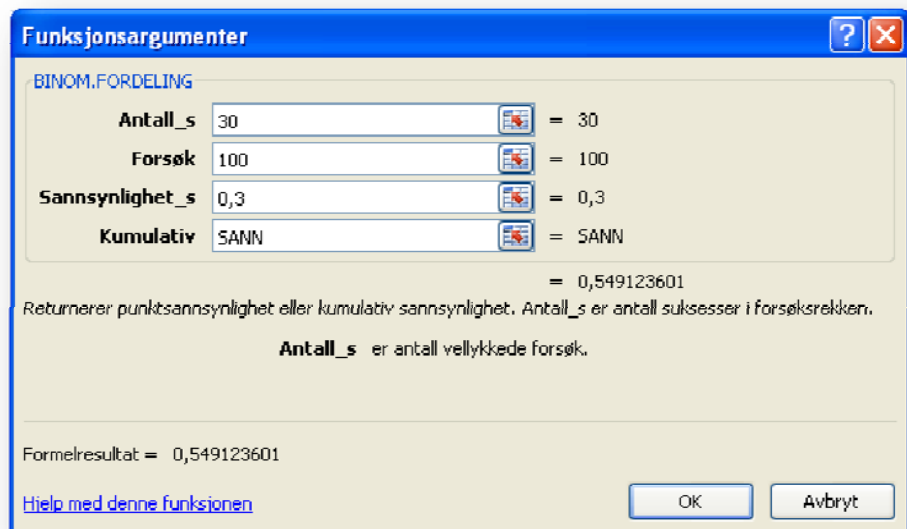
	A
1	0,549123601

**Antall\_s** er antall vellykkede forsøk

**Forsøk** er antall uavhengige forsøk

**Sannsynlighet\_s** er sannsynligheten for å lykkes i hvert forsøk

**Kumulativ** er en logisk verdi. For kumulativ fordeling bruker du SANN, for punktsannsynlighet bruker du USANN.



## Vedlegg 1 Løsning av likningssett med Problemløser

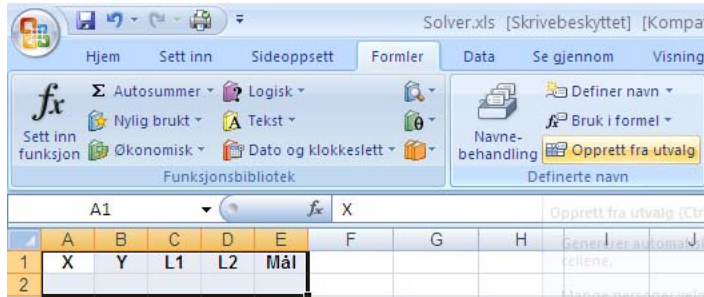
$$2x - y = 8$$

$$3x + 4y = 1$$

I Excel:

Skriv inn X,Y,L1, L2 og Mål i cellene A1:E1, merk A1:E2 og velg

**Formler** → **Opprett fra utvalg**



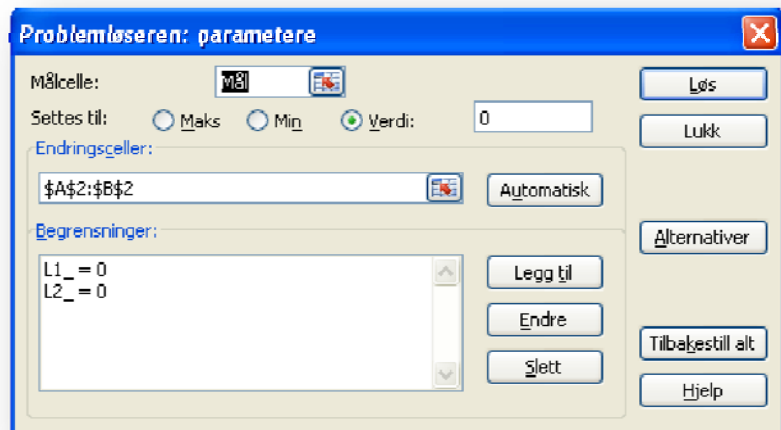
Velg **OK** i vinduet **Lag navn fra merket område**. Vi gjør dette for å bruke X og Y i stedet for cellereferanse i formlene. Dessuten må vi gjøre om formlene som vist i figuren til høyre. Tankegangen er at vi skal finne x og y som gjør summen av likningene lik null med begrensningene at hver av dem skal være lik null. Skriv inn i A2:E2 som vist nedenfor:

$2x - y = 8$	til	$2x - y - 8 = 0$
$3x + 4y = 1$	til	$3x + 4y - 1 = 0$

	A	B	C	D	E
1	X	Y	L1	L2	Mål
2	0	0	=2*X-Y-8	=3*X+4*Y-1	=L1_+L2_

Hvis du ikke ser valget **Data** → **Problemløseren...** på menylinja, må du velge **Verktøy** → **Tillegg...** og huke av for Problemløseren. Legg til opplysningene som vist i figuren til høyre og klikk **Løs**. Vi finner  $x=3$  og  $y=-2$ :

	A	B	C	D	E
1	X	Y	L1	L2	Mål
2	3,00	-2,00	0,00	0,00	0,00




## Vedlegg 2 Løsning av likningssett med matriseformler

$$2x - y = 8$$

$$3x + 4y = 1$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \text{ hvor } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ og } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Løsningen finnes av  $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$  og vi bruker matriseformler for å regne ut  $\mathbf{A}^{-1}$  og  $\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$

- 1) Legg inn tallene for **A** i celler A2:B3, merk området, høyre-klikk i området, velg navngi et område og gi det navnet **A**.
- 2) Klikk i C2 og skriv = **MINVERS(A)** ↵, merk område C2:D3, klikk **F2** og deretter **Shift+Ctrl+Enter**. Matriseformler vises i på formellinjen med krøllparentesen { }, som du ikke skal skrive, men settes automatisk: 
- 3) Merk området C2:D3, høyre-klikk i området, velg navngi et område og gi det navnet **Ainvers**.
- 4) Legg inn tallene for **b** i celler E2:E, merk området, høyre-klikk i området, velg navngi et område og gi det navnet **b**.
- 5) Klikk i F2 og skriv = **MMULT(Ainvers;b)** ↵, merk område F2:F3, klikk **F2** og deretter **Shift+Ctrl+Enter**.
- 6) Les av løsningen  $x = 3$  og  $y = -2$

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>A</b>		<b>Ainvers</b>		<b>b</b>	<b>x</b>	
2	2	-1	=MINVERS(A)	=MINVERS(A)	8	=MMULT(Ainvers;b)	<b>X</b>
3	3	4	=MINVERS(A)	=MINVERS(A)	1	=MMULT(Ainvers;b)	<b>Y</b>

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>A</b>		<b>Ainvers</b>		<b>b</b>	<b>x</b>	
2	2	-1	0,36	0,09	8	<b>3</b>	<b>X</b>
3	3	4	-0,27	0,18	1	<b>-2</b>	<b>Y</b>